

Marco Mendieta Parihuancollo

Matemática Fundamental

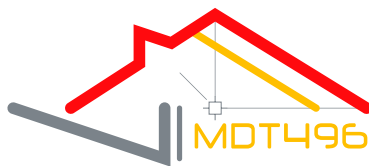
La base de todas las ciencias y artes

$$\pi = 12 \left[\int_0^{\frac{1}{2}} (1 - x^2)^{\frac{1}{2}} dx - \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} \right];$$

$\pi \approx \frac{84160088893637894555450705125166006497904688306972239137790174633264969408432262597166987706752813}{26788988316951583595665453753358155501463785136713482657799439339521988677114098338033547274616832}$
 $\approx 3.141592653589793238462643383279502286255$ (Aproximación racional de π con precisión variable).



MDT496™ ESTUDIOS
Research and Development



MDT496 ESTUDIOS
DEPARTAMENTO DE OBRAS LITERARIAS
FUNDACIONAL TEÓRICO PARA CIENCIAS E INGENIERÍA
MATEMÁTICA — FÍSICA — MECÁNICA — INFORMÁTICA — ESTRUCTURAS

Matemática Fundamental

La base de todas las ciencias y artes

Marco Mendieta Parihuancollo

Oruro, Bolivia
2025

Copyright © 2014 to 2025 by MDT496 ESTUDIOS Publishers. Todos los derechos reservados.



archive.org/details/@mdt496



github.com/mdt496



youtube.com/mdt496



linkedin.com/in/mdt496

Matemática Fundamental, La base de todas las ciencias y artes

Marco Mendieta Parihuancollo

Versión: 036MPBBAA047 (2025-04-14)

Paquete: Fundacional Teórico

Categoría: Matemáticas, Programación

Dedicatoria

*Este trabajo, producto de un gran esfuerzo,
va dedicada a las personas más importantes en mi vida:
mi madre **Dolores Parihuancollo C.**,
y en memoria de quien en vida fue,
mi padre **Marcos E. Mendieta C.**(†).*

El que no conoce la Matemática muere sin conocer la verdad científica (SCHELBACH).

Prefacio

Cada función o secuencia de instrucción del código fuente de un software hace su descargo mediante los comentarios en su cabecal. Estos descargos, con frecuencia, hacen referencia a informes técnicos que explican las características de funcionamiento. El desarrollo de esta obra compone los informes de investigación para el área de matemática que sirven de soporte para las implementaciones en librerías o API's.

El diseño de la obra está sujeto a requisitos de ser directo, específico, de fácil mantenimiento, segmentado, funcional, con diseño tipográfico y normado en estructura. Por todo ello, el presente documento tiene los siguientes principios de *Terminología Normativa*:

Normativo: La denominación “[MDT496::XXXX]” se refiere a un documento *estándar* de MDT496 ESTUDIOS, escrito y mantenido por el autor *Marco Mendieta Parihuancollo*, a requerimiento o necesidad de establecer (o aplicar) un conocimiento que perdure en el tiempo.

En general estos documentos son de carácter técnico-académico (nivel universitario) especializado en un tema relacionado a la tecnología y las ciencias naturales, entiendase en relación a la física, matemática o el arte de la programación óptima.

Versión: Sistema de producción en serie MDT496 ESTUDIOS [MDT496::036MPAA], que regula el mantenimiento del proyecto y su evolución en el tiempo, con base el sistema de control de versiones, se registra en el epílogo *Change History* del documento. El número de serie, clave de compilación de una edición consolidada final y estable, es especificada al reverso de la portada y en los metadatos del PDF; explícitamente en el campo *Asunto* (subject).

Motor de composición: El texto, serie de *Cuarta Generación*, está escrito en \LaTeX + \TikZ +MDT \Zl 0Fex regulado acorde con *The \LaTeX language specification* por [MDT496::036MPAAAY].

Una obra literaria (documento) de cuarta generación: \LaTeX es la plataforma de programación;

\TikZ es el motor gráfico; y, MDT \Zl 0Fex es el motor de documentación.

Formato: A nivel diseño de la estructura del documento es regulada por [MDT496::036MPAAAD] con base la norma ISO 7144 (1989).

Referencias: A nivel de *citas* y lista de *Referencias* bibliográficas, conforme lo definido por la norma ISO 690 (1987); el texto *adopta* el estilo IEEE.

El documento es específico en mostrar sus fuentes que constituyen los *sistemas de recursividad y descargo* como, URL's, números de página, notas a pie de página, citas y *listas overview* como ser: Contenido, Glosario, Referencias e Índice.

El tema de ser *específico* (citas con número de página o tiempo, en el caso de obras audiovisuales) es más un servicio al escritor que al lector, ya que facilita el mantenimiento del documento en sí. La revisión, actualización, o corrección de un término en concreto requiere estudiar las bases en las cuales se establecio en primer lugar.

Diseño tipográfico: A nivel de *tipografía* matemática (operador, símbolo y carácter) el documento esta regulado según el caso:

1. (Notación Unidades físicas) conforme norma ISO 1 000 (1981);
2. (Codificación símbolo matemático) conforme estándar Unicode;
3. (Notación abreviada) conforme norma ISO 1087-1 e ISO 19104.

Estabilidad: la Consolidación exhaustiva de literatura matemática, de Conformidad (normativo) con el *Informe de implementación* (capítulo final) del documento, responde a brindar estabilidad consecuente (irrefutable a nivel MDT496 ESTUDIOS) en la especificación del lenguaje.

El término *Hacker* se utiliza como un sinónimo de investigador técnico-profesional con criterio lógico

racional; con el único propósito de consolidar un *argumento* fuertemente fundamentado.

El documento es una especificación consistente, en su mayoría el contenido son *definiciones* del lenguaje, sintetizadas en la lista *Índice*. Los *ejemplos* solo están para pruebas unitarias (hypothesis testing) de implementación y computo en laboratorios CAS como: *PTC Mathcad Prime 9.0.0.0* conforme con [MDT496::036MPAABS]; *Maple™ 18* conforme con [MDT496::036MPAABR]; *Java® SE 24* conforme con [MDT496::036MPAAAZ].

El documento nació a base de requerir una especificación de un *concepto* matemático. Entiendase concepto: de un símbolo, una ecuación, una constante (elementos de una expresión matemática); el *como se define técnicamente* coexistente en una implementación (a nivel de código de un software).

Más allá de consolidar los apuntes de la universidad, este contiene información estructurada orgánicamente según normativa interna, es decir, guarda una relación simbiótica con otras obras de MDT496 ESTUDIOS.

La obra es de tipo monográfica, ya que reúne y estudia varias teorías de otros autores (obras externas) para establecer una propia. Por ello se establece como una *obra original* fundamentada en otros estudios.

El conocimiento ancestral constituye la identidad misma de la obra, es decir, son las razones (que explican) por que está en este punto del tiempo (o de la historia). No obstante, conforme con las restricciones de acceso a la información ya sea por razones de Copyright (c) o Derechos de Propiedad Intelectual, ya que el mismo es resultado de toda una vida de investigaciones del autor; este se reserva el derecho a ser un documento normativo interno de MDT496 ESTUDIOS, a menos que pase al estatus de Primera Edición, es decir, que pase a manos de una Editorial.

Como especificación, una cualidad del documento es reducir la ambigüedad en la terminología, presentando una sola *definición* para un concepto; esta hará su entrada única al *Índice*, es decir, si este tiene dos (o más)

números de página significa que el término tiene varias definiciones (lo cual es un despropósito).

Una idea planteada es solo teoría a menos que sea comprobada en un laboratorio matemático (Maple, Mathcad, Java, etc.) es decir, *experimentar* en un contexto controlado y con experiencia previa (notas de trabajo, universitarias, manuales de programación, etcétera), con base en ello, posteriormente se elabora el ejemplo y su gráfica, si es necesario. Entonces, un ejemplo responde a aplicar y normalizar la terminología en una definición (teoría verificada).

La ecuación de portada representa el punto de inflexión que dio origen a retomar este proyecto. La precisión variable es una función que retorna una fracción (del valor aproximado) en lugar de un número irracional, de tal modo que uno pueda obtener su valor con 1, 2, 100, 1000, (10'000, ..., etc.), decimales según la necesidad de precisión requerida. La capacidad de computo es la única limitante ya que queda fuera de un uso práctico, por el hecho de calcular una fracción que varía de tamaño tanto en el numerador como en el denominador, en relación con el argumento de la función. Es decir, es una forma de mostrar el poder matemático que tiene la obra, al plantear una fórmula que está a *un paso*, dejarlo todo preparado para ser una fórmula de precisión variable e implementarlo (comprobarlo) en un lenguaje de programación Java y poder calcular el valor de π con un millón de cifras decimales y más.

La motivación principal es la de entender la *matemática aplicada* a la programación, como en el caso de las curvas Bézier en SVG (el punto de partida), o el caso de la elipse en la Geodesia (la parte extendida). La primera parte inicia por tratar la Geometría Diferencial, la matemática del gráfico vectorial; para luego pasar al estudio extendido, la Geometría Elíptica en relación con la *física*.

Marco Mendieta Parihuancollo
Oruro, abril 2025

Contenido

Lista de tablas	XVII
Lista de figuras	XIX
Glosario	XXIII
Introito	1
Capítulo 1 Álgebra Vectorial	3
1.1 Fundamentos	3
1.1.1 Ciencia matemática	3
1.1.2 Espacio vectorial	3
1.1.3 Vector	3
1.2 Propiedades	4
1.2.1 Base y dimensión	4
1.2.2 Dependencia lineal	4
1.2.3 Coordenada	4
1.2.4 Magnitud	5
1.2.5 Dirección	5
1.3 Operadores	5
1.3.1 Suma y resta	5
1.3.2 Producto por un escalar	6
1.3.3 Producto punto (Proyección)	6
1.3.4 Producto cruz	7
1.3.5 Triple producto escalar	8
1.3.6 Triple producto vectorial	8
Capítulo 2 Álgebra Matricial	9
2.1 Fundamentos	9
2.1.1 Terminología	9
2.1.2 Matriz	9
2.2 Operadores aritméticos	9
2.2.1 Suma y resta	9
2.2.2 Multiplicación por un escalar	9
2.2.3 Producto matricial	10
2.3 Operadores unarios	10
2.3.1 Inversa	10
2.3.2 Transpuesta	11
2.3.3 Determinante	11
2.3.4 Adjunta	11
2.4 Operaciones elementales	11
2.4.1 Operador lineal	11

2.4.2	Matriz equivalente (Preview)	11
2.4.3	Matriz elemental (Preview)	11
2.4.4	Espacio fila y rango	11
2.5	Tipología	12
2.5.1	Matriz fila y columna	12
2.5.2	Matriz cuadrada, identidad y diagonal	12
2.5.3	Matriz triangular superior e inferior	12
2.6	Hypermatrix	13
2.6.1	Base de datos relacionales	13
2.6.2	Matriz de tres dimensiones	13
Capítulo 3	Cálculo Vectorial	15
3.1	Fundamentos	15
3.1.1	Terminología	15
3.1.2	Curva paramétrica	15
3.1.3	Vector tangente	15
3.1.4	Longitud de curva	16
3.1.5	Longitud de arco	16
3.2	Estimadores de medida	16
3.2.1	Parametrización natural	16
3.2.2	Curvatura	17
3.2.3	Torsión	17
3.2.4	Ecuaciones de Frenet-Serret en \mathbb{R}^3	17
3.2.5	Vector de Darboux	17
3.2.6	Método de computo	17
3.3	El operador Nabla	18
3.3.1	El Vector Nabla	18
3.3.2	Gradiente	18
3.3.3	Divergencia	19
3.3.4	Rotacional	19
Capítulo 4	Cálculo Matricial	21
4.1	Fundamentos	21
4.1.1	Terminología	21
4.1.2	Mapeo multidimensional	21
4.1.3	Sistema de coordenada	21
4.1.4	Curvas coordenadas	21
4.1.5	Mapeo diferencial	22
4.1.6	Sistema lineal	22
4.1.7	Matriz Jacobiano	22
4.1.8	Vector de coeficientes métricos	23
4.1.9	Matriz de cambio de base	23
4.1.10	Base ortogonal y dextrógiro	23
4.1.11	Base ortonormal	23
4.2	Sistemas de coordenada	23
4.2.1	Cartesiano	23
4.2.2	SVG	24
4.2.3	Polar	25
4.2.4	Polar Elíptica	26
4.2.5	Cilíndrica	28
4.2.6	Esférica	30
4.2.7	Esférica geodésica	31
4.2.8	Paraboloidal	32

4.2.9	Perspectiva (Preview)	32
4.3	Transformación	33
4.3.1	Eje Global y Local	33
4.3.2	Rotación	33
4.3.3	Traslación	33
4.3.4	Matricial	33
Capítulo 5	Dibujo Vectorial	35
5.1	Fundamentos	35
5.1.1	Terminología	35
5.1.2	Intervalo	35
5.1.3	Función escalar y vectorial	36
5.1.4	Función explícita e implícita	36
5.1.5	Funciones algebraicas	37
5.1.6	Abscisa y ordenada	38
5.2	Figuras geométricas	38
5.2.1	Punto	38
5.2.2	Recta	38
5.2.3	Valor absoluto	39
5.3	Cónicas	40
5.3.1	Círculo	40
5.3.2	Elipse	41
5.3.3	Hipérbola	42
5.3.4	Parábola	43
5.4	Figuras sólidas (3-D)	44
5.4.1	Plano	44
5.4.2	Cono	45
5.4.3	Esfera	45
5.4.4	Elipsoide	45
5.4.5	Elipsoide de revolución	45
5.5	Exponencial y logarítmica	46
5.5.1	Crecimiento exponencial	46
5.5.2	El número de Euler	47
5.5.3	Función exponencial	47
5.5.4	Función logarítmica	47
5.5.5	Logaritmo decimal	48
5.5.6	Logaritmo natural	48
5.6	Trigonométricas	49
5.6.1	Seno	49
5.6.2	Coseno	50
5.6.3	Tangente	51
5.6.4	Inversas (csc, sec y cot)	53
5.6.5	Arco inversas (arcsin, arc cos y arctan)	54
5.6.6	Hiperbólicas	56
5.7	Paramétricas	58
5.7.1	Curva Bézier	58
5.7.2	Curva Bézier cuadrática	58
5.7.3	Curva Bézier cúbica	59
5.7.4	Arco elíptico	60
5.7.5	Arco elíptico SVG	62
5.7.6	Cicloide	69
5.7.7	Sinusoide	69
5.7.8	Evolvente	70

5.7.9	Curva hiperbólica	70
Capítulo 6	Álgebra	73
6.1	Fundamentos	73
6.1.1	Terminología	73
6.1.2	Notación	73
6.2	Expresión	73
6.2.1	Factorización	73
6.2.2	La regla Ruffini	73
6.2.3	Ecuación	73
6.2.4	Inecuación	73
6.3	Geometría algebraica	74
6.3.1	Terminología	74
6.3.2	Conjunto algebraico y semi-algebraico	74
Capítulo 7	Cálculo	75
7.1	Fundamentos	75
7.1.1	Terminología	75
7.1.2	Variable	75
7.1.3	Constante	75
7.1.4	Magnitud infinitésima	75
7.1.5	Magnitud infinitamente grande	76
7.1.6	Relación entre infinito e infinitésimo	76
7.1.7	División por cero e indeterminaciones	76
7.2	Función	76
7.2.1	Cálculo funcional	76
7.2.2	El argumento y la función	76
7.2.3	Notación general de la función	76
7.2.4	Dominio y codominio	77
7.2.5	Aplicación lineal	77
7.2.6	Función continua y región	77
7.2.7	El incremento del argumento y de la función	77
7.3	Límites	77
7.3.1	Límite de una variable	77
7.3.2	Límite de una función	78
7.3.3	Teorema de límites	78
7.4	Diferenciación	79
7.4.1	La función derivada	79
7.4.2	Recta Tangente	79
7.4.3	Derivación	79
7.4.4	Derivada algebraica de funciones	80
7.4.5	Derivada de una función de función	80
7.4.6	Derivada de funciones elementales	80
7.4.7	Derivada implícita	81
7.4.8	Derivada Parcial	81
7.4.9	Diferenciales	81
7.5	Integración (Preview)	81
7.6	Ecuaciones diferenciales (Preview)	81

Capítulo 8	Teoría de números	83
8.1	Fundamentos	83
8.1.1	Terminología	83
8.1.2	Número	83
8.1.3	Dígito	83
8.2	Números	83
8.2.1	Naturales	83
8.2.2	Enteros	83
8.2.3	Racionales	83
8.2.4	Irracionales	83
8.2.5	Reales	84
8.3	Operadores aritméticos	84
8.3.1	Adición	84
8.3.2	Sustracción	84
8.3.3	Multiplicación	84
8.3.4	División	84
8.4	Funciones aritméticas	84
8.4.1	Divisibilidad	84
8.4.2	Mínimo comun múltiplo	84
8.4.3	Máximo comun divisor	85
8.4.4	El módulo	85
8.4.5	La función Sigma	85
8.4.6	Número par e impar	85
8.4.7	Número primo	85
8.4.8	Número de Mersenne	85
8.4.9	Número perfecto	85
8.4.10	Números perfectos pares e impares	86
8.5	Números notables	86
8.5.1	Número Armstrong	86
8.5.2	Números Perrin	86
8.5.3	El número 496	86
8.5.4	El número 73	86
8.5.5	El número 1.618	86
8.6	Number Forms	86
8.6.1	Arabic numeral	86
8.6.2	Roman numeral	86
8.6.3	Alphabet numeral	87
8.7	Formatting numbers	87
8.7.1	Ordinales	87
8.7.2	Grouping digits	87
8.7.3	Fracción	88
8.7.4	Decimales (Decimal marker)	88
8.7.5	Notación científica	89
8.7.6	Dígitos significativos	89
Capítulo 9	Álgebra de conjuntos	91
9.1	Fundamentos	91
9.1.1	Conjunto	91
9.1.2	Elementos ordenados	91
9.1.3	Elementos con definición	91
9.2	Operadores relacionales	91
9.2.1	Pertenece (is element of)	91
9.2.2	Subconjunto (is subset of)	92

9.3	Operadores entre conjuntos	92
9.3.1	Union	92
9.3.2	Intersección	92
9.3.3	Diferencia	92
9.3.4	Relación	92
9.3.5	Producto	92
9.4	Tipología	92
9.4.1	Conjunto unitario	92
9.4.2	Conjunto Vacío	92
9.4.3	Conjunto Universal	92
Capítulo 10	Teoría de Grafos	93
10.1	Terminología	93
10.2	Vértice y arista	93
10.3	Tipología	93
10.4	Grado	93
10.5	Camino	93
10.6	Caminos Eulerianos y Hamiltonianos	93
Capítulo 11	Teoría de Grupos	95
11.1	Terminología	95
11.2	Definición de grupo	95
11.3	Grupo Abeliano	95
11.4	Conmutativo (operador)	95
Capítulo 12	Álgebra Booleana	97
12.1	Fundamentos	97
12.1.1	Terminología	97
12.1.2	Conjunto binario	97
12.1.3	Proposición	97
12.2	Operadores relacionales	97
12.2.1	Igualdad y diferente	97
12.2.2	Desigualdades	97
12.3	Operadores lógicos	98
12.3.1	NOT	98
12.3.2	AND	98
12.3.3	OR	98
12.3.4	XOR	98
12.3.5	IF	98
12.3.6	FORALL y EXISTS	99
12.4	Expresión compuesta	99
12.4.1	Precedencia de operadores	99
12.4.2	Tipología (Tautología, Contradicción y Contingencia)	99
Capítulo 13	Complejo	101
13.1	Fundamentos	101
13.1.1	Terminología (Análisis Complejo)	101
13.1.2	Espacio de números complejos	101
13.1.3	Número imaginario	101
13.1.4	Número complejo	101
13.1.5	Variable compleja	101
13.2	Interpretación gráfica	102
13.2.1	Plano complejo	102

13.2.2	Coordenada polar	102
13.2.3	Identidad de Euler	102
13.2.4	Forma exponencial	102
13.2.5	Identidad fundamental	102
13.3	Operadores aritméticos	102
13.3.1	Suma y Resta	102
13.3.2	Multiplicación	102
13.3.3	División	102
13.4	Operadores Unarios	102
13.4.1	Potenciación	102
13.4.2	Radicación	103
13.4.3	Exponenciación	103
13.4.4	Logaritmo	103
13.4.5	Potenciación recursiva	103
Capítulo 14	Estadística	105
14.1	Fundamentos	105
14.1.1	Estadística	105
14.1.2	Observación	105
14.1.3	Población y muestra	105
14.1.4	Datos y organización	105
14.2	Frecuencias	105
14.2.1	Distribución de frecuencias	105
14.2.2	Medidores de tendencia central	107
14.2.3	Momento, Asimetría y Apuntamiento	107
14.3	Probabilidad (Preview)	107
14.3.1	Teoría de probabilidad (Fundacional)	107
Capítulo 15	Geometría	109
15.1	Fundamentos	109
15.1.1	Terminología	109
15.1.2	Riemannian geometry	109
15.1.3	Differential geometry	109
15.1.4	Euclidean geometry	110
15.1.5	Geometrías 0-D, 1-D y 2-D	110
15.1.6	Geometría sólida (3-D)	110
15.2	Tipos de geometrias	110
15.2.1	Geometría Plana, Esférica e Hiperbólica	110
15.2.2	Geometría Hiperbólica	111
15.3	Propiedades	112
15.3.1	Superficie	112
15.3.2	Área	112
15.3.3	Superficie paramétrica	112
15.3.4	Sólido	113
15.3.5	Sólido paramétrico	113
15.3.6	Volumen	113
15.3.7	Superficies coordenadas	113
15.3.8	Área diferencial	114
15.3.9	Área por aproximación	115
15.3.10	Longitud de curva	115
15.3.11	Área de revolución	116
15.3.12	Volumen de revolución	116
15.3.13	Volumen de revolución (Problema)	117

15.4	Circle	118
15.4.1	Circle Properties	118
15.4.2	Three Circle Problem	119
15.4.3	Two Circle Problem (Rotación)	120
15.4.4	Two Circle Problem (Traslación)	122
15.5	Ángulo	123
15.5.1	Foundations	123
15.5.2	Unidades	123
15.5.3	Bisectriz	123
15.5.4	Tipología (Agudo, Recto y Obtuso)	124
15.6	Trigonometría	125
15.6.1	Foundations	125
15.6.2	Funciones trigonométricas	125
15.6.3	Hipotenusa	125
15.6.4	Cateto opuesto	125
15.6.5	Cateto adyacente	125
15.6.6	Pendiente	126
15.6.7	Inversas (csc, sec y cot)	126
15.6.8	Identidades	126
15.6.9	Ángulo notables	127
15.6.10	Theorem of Pythagoras	127
15.6.11	Trigonometría hiperbólica	127
15.7	Triángulo	128
15.7.1	Foundations	128
15.7.2	Polygon Data	128
15.7.3	Condición geométrica angular	128
15.7.4	Condición trigonométrica	128
15.7.5	Triángulo definido	129
15.7.6	Triangle Properties	129
15.7.7	Tipología	129
15.7.8	Triángulo rectángulo natural	130
15.8	Polygon	131
15.8.1	Condición ángulos externos internos	131
15.8.2	Sum of Interior Angles	131
15.8.3	Polygon Data – Área de un polígono espacial	132
15.8.4	Polygon Data	132
15.8.5	Polygon Data – Área de un polígono en el plano	133
15.9	Fractales	133
15.9.1	Foundations	133
15.9.2	Mandelbrot set	133
15.9.3	Curva de Koch	133
Capítulo 16	Aproximación numérica	135
16.1	Fundamentos	135
16.1.1	Error	135
16.1.2	Exactitud y precisión	135
16.1.3	Método numérico	135
16.2	Ecuaciones no lineales	135
16.2.1	Punto fijo	135
16.2.2	Newton-Raphson	136
16.2.3	Secante	138
16.2.4	Falsa posición	139
16.2.5	Bisección	139

16.2.6	Steffensen	139
16.2.7	Newton 2º orden	140
16.3	Sistema de ecuaciones	140
16.3.1	Lineales	140
16.3.2	No lineales	140
16.4	Ecuaciones diferenciales ordinarias	142
16.5	Integración	144
16.5.1	Trapezio	144
16.5.2	Simpson 1/3	145
16.5.3	Simpson 3/8	146
16.6	Extendido	147
16.6.1	Análisis de Ecuaciones no lineales	147
16.6.2	Factorial approximation	147
16.6.3	Rational approximations 355/113 (of π)	147
16.6.4	Análisis del error	147
Capítulo 17	Aproximación racional	149
17.1	Fundamentos	149
17.1.1	Presición variable	149
17.1.2	La ecuación de e con precisión variable	149
17.1.3	Teorema del Binomio	150
17.2	El cálculo de π	150
17.2.1	Foundations	150
17.2.2	La ecuación de π de precisión variable	152
17.2.3	Computo de datos	154
Capítulo 18	Ángulo normalizado	159
18.1	Vectores en el espacio	159
18.2	Vectores en el plano	159
18.3	Azimut y Rumbo	160
Capítulo 19	Geodesia	165
19.1	Latitud	165
19.1.1	Latitud reducida	165
19.1.2	Latitud geocéntrica	165
19.1.3	Latitud geodésica	166
19.1.4	Relación entre latitudes	166
19.1.5	Problema inverso	167
19.1.6	Problema directo	167
19.1.7	Pruebas unitarias - Ángulos, Vectores y Longitud de curva	169
19.1.8	Pruebas unitarias - Ángulos normalizados	169
19.1.9	Pruebas unitarias - Problema directo	172
19.2	Longitud	174
19.2.1	Coordenada geodésica	175
19.2.2	Geometría diferencial	175
19.2.3	Longitud de curva	175
19.2.4	Problema inverso	177
19.2.5	Problema directo	177

Capítulo 20	Informe de implementación	179
20.1	Introducción	179
20.1.1	Acerca de este documento	179
20.1.2	Estado de este documento	179
20.1.3	Objetivos	179
20.1.4	Referencias normativas	179
20.2	Investigación	188
20.2.1	Normativa \LaTeX	188
20.2.2	Lenguaje matemático	188
20.2.3	Modelo matemático y obra literaria	189
20.2.4	North Reference	189
20.2.5	Alfabeto griego	190
20.2.6	Topología	190
20.2.7	Teoría de nudos	190
	Referencias	191
Apéndice A	MDT496 ESTATUS	203
	Índice	215
	Change History	221

Glosario

Lista de símbolos

$[a, b]$	Lista (intervalo) de elementos, pág. 35.
$\{a, b\}$	Conjunto de elementos, pág. 91.
(a, b)	Mapa (clave-valor) de elementos, pág. 77.
\mathbb{N}	Conjunto de números naturales, pág. 83.
\mathbb{Z}	Conjunto de números enteros, pág. 83.
\mathbb{Q}	Conjunto de números racionales, pág. 83.
\mathbb{R}	Conjunto de números reales, pág. 84.
\mathbb{C}	Conjunto de números complejos, pág. 101.
\mathbb{K}	Campo escalar (en general), pág. 3.
\mathbb{V}	Espacio (vectorial), pág. 3.
\mathbb{R}^n	Espacio real en $n \in \mathbb{N}$ dimensión, pág. 3.
\mathbb{C}^n	Espacio complejo en $n \in \mathbb{N}$ dimensión.
$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$	Producto escalar (interno), pág. 6.
$\mathbf{a} \times \mathbf{b}$	Producto vectorial (externo), pág. 7.
$\text{Dom } f$	Dominio de función, pág. 77.
$\text{Im } f$	Codominio de función, pág. 77.
∇	Operador (diferencial) Nabla, pág. 18.
df	Derivada de función, pág. 79.
∂f	Derivada Parcial de función, pág. 81.
$f : X \longrightarrow Y$	f es un mapeo de X en Y , pág. 77.
$\Re z$	Parte real del número complejo z , pág. 102.
$\Im z$	Parte imaginaria del número complejo z , pág. 102.

Lista de abreviaciones

0-D	Zero Dimensional, pág. 38.
1-D	One Dimensional, pág. 110.
2-D	Two Dimensional, pág. 3.
3-D	Three Dimensional, pág. 3.
AGL	Above Ground Level Altitude measure (Al- tura sobre el nivel de la tierra).
AI	Artificial intelligence, pág. 9.
AIDC	Automatic Identification and Data Captu- re.
AJAX	Asynchronous JavaScript and XML.
AMS	American Mathematical Society.
ANSI	American National Standards Institute.
APA	American Psychological Association.
API	Application Programming Interface.
APIO	Asia-Pacific Informatics Olympiad.
ASCII	American Standard Code for Information Interchange.
ASTM	American Society for Testing and Materials.
BIM	Building Information Modeling.
BOI	Baltic Olympiad in Informatics.
CAD	Computer Aided Design, pág. 35.
CAM	Computer Aided Manufacturing.
CAS	Computer Algebra System, pág. 149.
CEOI	Central European Olympiad in Informatics.
CGM	Computer Graphics Metafile.
CIM	Common Information Model.
CLI	common language infrastructure.

CM	Central meridian.	EUROGI	European Umbrella Organization for Geographic Information.
COM	Component Object Model.	FDS	Formal Data Structure.
CRF	Coordinate reference frame.	GDAL	Geospatial Data Abstraction Library.
CRS	Coordinate reference system.	GDAS	Geographic Data Attribute Set.
CS	Coordinate System, pág. 21.	GDF	Geographic Data Files.
CSS	Cascading Style Sheets.	GDOP	Geometrical Dilution of Precision.
CSV	Comma-separated values.	GEOINT	Geospatial Intelligence.
DAO	Data Access Object.	GI	geographic information.
DEG (°)	Degree.	GIF	graphics interchange format.
DGNSS	Differential Global Navigation Satellite System.	GIS	Geographic Information System.
DGPS	Differential Global Positioning System.	GKS	Graphical Kernel System.
DIN	Deutsches Institut für Normung e.V., German Institute for Standardization.	GLONASS	Globalnaya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema.
DIS	Draft International Standard.	GML	Geography Markup Language.
DoG	difference of Gaussians.	GNSS	Global Navigation Satellite System.
DOI	Digital Object Identifier.	GPL	GNU General Public License.
DOM	Document Object Model.	GPRS	General Packet Radio Service.
DSD	Drawing Set Descriptions (Autodesk).	GPS	Global Positioning System.
DTD	Document Type Definition (of XML).	GPST	Global Positioning System time.
DWF	Design Web Format (Autodesk).	GPX	Global Positioning System Exchange Format.
DXF	Drawing eXchange Format.	GRS80	Geodetic Reference System 80.
EAN	European Article Numbering (known as EAN International, now called GS1).	GSM	Global System for Mobile communication.
ED50	European Datum 1950.	GTIN	Global Trade Item Number.
EDGE	Enhanced Data rates for GSM Evolution.	GUI	Graphical User Interface.
EGDB	Oracle Enterprise Geodatabase.	HDOP	horizontal dilution of precision.
EHE	Estimated Horizontal Error.	HTML	Hypertext Markup Language.
EM	Electromagnetic, pág. 15.	HTTP	Hypertext Transfer Protocol.
EPE	Estimated Position Error.	HTTPS	Hypertext Transfer Protocol Secure.
EPSG	European Petroleum Survey Group, pág. 123.	IA	integrated assessment.
ESA	European Space Agency.	IAG	International Association of Geodesy.
Esri	Environmental Systems Research Institute.	IAU	International Astronomical Union.

Referencias

- [1] S. Bochner, "The Significance of Some Basic Mathematical Conceptions for Physics", *Isis*, Vol. 54 (Part 2), 179-205, 1963. DOI: [10.1086/349700](https://doi.org/10.1086/349700).
- [2] A. Baldor, *Aritmética*. Cultura Centroamericana, S. A., 1974.
- [3] V. A. Uspenski, *Algunas Aplicaciones De La Mecánica A Las Matemáticas*, ép. Lecciones populares de Matemáticas. Editorial Mir, 1979.
- [4] Vygodsky, *Mathematical Handbook*, ép. Higher Mathematics. Editorial Mir, 1987.
- [5] W. Kresse y D. M. Danko, *Springer Handbook of Geographic Information*, inglés. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2012, ISBN: 978-3-540-72678-4. DOI: [10.1007/978-3-540-72680-7](https://doi.org/10.1007/978-3-540-72680-7).
- [6] H. Kardestuncer, *Introducción al análisis estructural con matrices*, trad.del inglés por J. V. Casas Reyes y J. Isaza Bernal. McGraw-Hill, 1975.
- [7] P. Drábek y J. Milota, *Methods of Nonlinear Analysis, Applications to Differential Equations*, inglés, 2.^a ed., ép. Birkhäuser Advanced Texts. Springer Basel: Birkhäuser Basel, 2013, ISBN: 978-3-0348-0386-1. DOI: [10.1007/978-3-0348-0387-8](https://doi.org/10.1007/978-3-0348-0387-8).
- [8] A. O. Rojo, *Álgebra II, Álgebra lineal*, 3.^a ed. El Ateneo, 1995, ISBN: 950-02-5205-8.
- [9] S. Lipschutz, *Álgebra lineal*, 2.^a ed., trad.del inglés por C. Martinez Ontalba. McGraw-Hill, Inc., 1992, ISBN: 84-7615-758-4.
- [10] A. Ibort y M. A. Rodríguez, *Notas de Álgebra lineal*. Departamento de Matemáticas, Universidad Carlos III de Madrid, 30 de mar. de 2001.
- [11] J. Ikrámov, *Problemas de álgebra lineal*, trad.del ruso por S. Bulánov. Editorial Mir Moscú, URSS, 1990, ISBN: 5-03-001288-5.
- [12] D. Faddiev e I. Sominski, *Problemas de álgebra superior*, trad.del ruso por E. Aparicio Bernardo. Editorial Mir Moscú, URSS, 1971.
- [13] A. Romano y M. Mango Furnari, *The Physical and Mathematical Foundations of the Theory of Relativity, A Critical Analysis*, inglés. Springer Nature Switzerland AG: Birkhäuser Basel, 2019, ISBN: 978-3-030-27236-4. DOI: [10.1007/978-3-030-27237-1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-27237-1).
- [14] I. N. Herstein, *Álgebra moderna, Grupos, Anillos, Campos, Teoría de Galois*. Editorial Trillas, México, 1970, ISBN: 968-24-01-37-2.
- [15] C. Chávez Vega, *Álgebra Lineal*, 2.^a ed. Moshera S.R.L, 2007, ISBN: 9972-813-32-0.
- [16] W. Mora Flores, C. Páez Páez, M. Alfaro A., E. Chacón, B. Rodríguez y R. Wynta, *Álgebra Lineal para Computación*. Escuela de Matemática, Instituto Tecnológico de Costa Rica, 2018.
- [17] J. P. Fortney, *A Visual Introduction to Differential Forms and Calculus on Manifolds*, inglés. Springer Nature Switzerland AG, 2018, ISBN: 978-3-319-96992-3. DOI: [10.1007/978-3-319-96992-3](https://doi.org/10.1007/978-3-319-96992-3).
- [18] H. C. Muller Santa Cruz, *Análisis Vectorial y Tensorial*, 2002.
- [19] Maplesoft, *The Maple Help System*, inglés, Waterloo Maple Inc., 2014.
- [20] K. Tapp, *Differential Geometry of Curves and Surfaces*, inglés, ép. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer Nature Switzerland AG, 2016. DOI: [10.1007/978-3-319-39799-3](https://doi.org/10.1007/978-3-319-39799-3).

- [21] Bureau International des Poids et Mesures, *SI, Le Système international d'unités/The International System of Units*, francés e inglés, 8.^a ed., Paris, France: STEDI MEDIA, 2006, ISBN: 92-822-2213-6. dirección: https://www.bipm.org/utis/common/pdf/si_brochure_8.pdf (visitado 15-02-2020).
- [22] J. Schwichtenberg, *Physics from Symmetry*, inglés, 2.^a ed., ép. Undergraduate Lecture Notes in Physics. Springer Cham, 2018, ISBN: 978-3-319-66631-0. DOI: [10.1007/978-3-319-66631-0](https://doi.org/10.1007/978-3-319-66631-0).
- [23] J. Gallier y J. Quaintance, *Differential Geometry and Lie Groups, A Second Course*, inglés. Springer Nature Switzerland AG, 2020, ISBN: 978-3-030-46046-4. DOI: [10.1007/978-3-030-46047-1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-46047-1).
- [24] T. Tantau, *The TikZ and PGF Packages, Manual for version 3.1.9a*, inglés, Institut für Theoretische Informatik, Universität zu Lübeck, 15 de mayo de 2021. dirección: https://web.archive.org/web/20210520074825if_/https://pgf-tikz.github.io/pgf/pgfmanual.pdf (visitado 11-11-2022).
- [25] L. W. Tu, *Differential Geometry, Connections, Curvature, and Characteristic Classes*, inglés. Springer Nature Switzerland AG, 2017. DOI: [10.1007/978-3-319-55084-8](https://doi.org/10.1007/978-3-319-55084-8).
- [26] N. Johnston, *Introduction to Linear and Matrix Algebra*. Springer Cham, 2021, ISBN: 978-3-030-52810-2. DOI: [10.1007/978-3-030-52811-9](https://doi.org/10.1007/978-3-030-52811-9).
- [27] J. P. Flynt y D. Kodicek, *Mathematics and Physics for Programmers*, inglés, 2.^a ed. Course Technology PTR, Cengage Learning, 2012, ISBN: 978-1-4354-5733-1.
- [28] H. Mercado Castellon, *Análisis Matricial de Estructuras*, Universidad Técnica de Oruro, Facultad Nacional de Ingeniería, 25 de mar. de 2001.
- [29] H. Hwei P., *Análisis vectorial*. Wilmington, Delaware, E.U.A.: ADDISON-WESLEY IBEROAMERICANA, S.A., 1987, ISBN: 0-201-02943-X.
- [30] D. Muller y YouTube – Veritasium, *El Futuro de las Computadoras Será Radicalmente Diferente*, 27 de mar. de 2022. dirección: https://www.youtube.com/watch?v=qNtxODk_Lmk.
- [31] M. Potápov, V. Alexándrov y S. Pasichenko, *Álgebra, y análisis de funciones elementales*. Editorial Mir, 1986.
- [32] C. Páez Páez, *Matrices y sistemas lineales*. Escuela de Matemática, Instituto Tecnológico de Costa Rica, 2013, ISBN: 978-9968-641-15-9.
- [33] F. Triveri, “Data warehousing con sql server 2000 enterprise”, *POWERUSR*, 2007.
- [34] E. K. Gnan, “A Hypermatrix Analog of the General Linear Group”, *Notices of the American Mathematical Society*, 2021, ISSN: 0002-9920. DOI: [10.1090/noti2366](https://doi.org/10.1090/noti2366).
- [35] E. Flapan, ed., *Notices of the American Mathematical Society* vol. 68, 10 2021, ISSN: 0002-9920.
- [36] M. Kaku, *La ecuación de dios, La búsqueda de una teoría del todo*, 2021.
- [37] D. Muller y YouTube – Veritasium en español, *La Idea Errónea que nos Enseñan sobre la Electricidad*.
- [38] M. R. Spiegel, *Análisis vectorial, y una introducción al análisis tensorial*. MCGRAW-HILL, 1970, ISBN: 968-451-068-3.
- [39] V. Ilín y E. Pozniak, *Fundamentos del análisis matemático*. Editorial Mir, 1991, vol. 2.
- [40] V. López Arbiza, “Referencia móvil a lo largo de una curva”, Tesis de mtría., Universidad de Cantabria, Facultad de Ciencias, 2017.
- [41] W. Freeden y M. Z. Nashed, *Handbook of Mathematical Geodesy, Functional Analytic and Potential Theoretic Methods*, inglés. Springer International Publishing AG, 2018, ISBN: 978-3-319-57179-9. DOI: [10.1007/978-3-319-57181-2](https://doi.org/10.1007/978-3-319-57181-2).
- [42] P. Moon y D. E. Spencer, *Field Theory Handbook, Including Coordinate Systems, Differential Equations and Their Solutions*, inglés, 2.^a ed. Springer-Verlag, 1971, ISBN: 978-3-540-18430-0. DOI: [10.1007/978-3-642-83243-7](https://doi.org/10.1007/978-3-642-83243-7).
- [43] A. Baldor, *Álgebra*, 2002.

- [44] E. Dahlström, P. Dengler, A. Grasso, C. Lilley, C. McCormack, D. Schepers, J. Wat, J. Ferraiolo y D. Jackson, “Scalable Vector Graphics (SVG) 1.1 (Second Edition)”, inglés, World Wide Web Consortium (MIT, ERCIM, Keio), W3C Recommendation, 16 de ago. de 2011. dirección: <https://www.w3.org/TR/SVG11/REC-SVG11-20110816.pdf>.
- [45] V. Chungara Castro, *Apuntes y problemas de Cálculo II*. Editorial “Leonardo”, 2008.
- [46] G. E. Shilov, *Gama Simple, Cómo Construir Las Gráficas*, ép. Lecciones populares de Matemáticas. Editorial Mir, 1978.
- [47] V. G. Boltianski, *La envolvente*, ép. Lecciones populares de Matemáticas. Editorial Mir, 1977.
- [48] REAL ACADEMIA ESPAÑOLA, *Diccionario de la Lengua Española*, VIGÉSIMA PRIMERA EDICIÓN (v15.0).
- [49] S. Lipschutz, *Teoría de conjuntos, y temas afines*, trad.del inglés por J. M. Castaño. McGraw-Hill, Inc., 1991, ISBN: 968-422-926-7.
- [50] F. D. Demana, B. K. Waits, G. D. Foley, D. Kennedy y R. Blitzer, *Matemáticas universitarias introductorias con nivelador MyMathLab*, 2.ª ed. PEARSON, 2014, ISBN: 978-607-32-2726-1.
- [51] V. Chungara Castro, *Apuntes y problemas de Cálculo I*, 15 de ago. de 2002.
- [52] Mates Mike and YouTube, *El Problema del Milenio que Une Relatividad y Cuántica: Yang-Mills y el Salto de Masa*, 10 de mar. de 2024. dirección: <https://m.youtube.com/watch?v=CLg-qZY1Wbs>.
- [53] V. Chungara Castro, *Apuntes y problemas de Cálculo I*, 1999.
- [54] N. Piskunov, *Calculo Diferencial e Integral*, 3.ª ed. Editorial Mir, 1977, vol. I.
- [55] C. Mamani M., *Manual Preuniversitario*, Taylor Instituto, Oruro, Bolivia, 2009.
- [56] A. Baldor, *Geometría plana y del espacio, con una introducción a la Trigonometría*. Publicaciones CULTURAL, S. A., 2004.
- [57] YouTube – Veritasium en español, *Geometría Hiperbolica (Universos Paralelos Ocultos)*, 2022.
- [58] I. Suvorov, *Curso de Matemáticas superiores*, 4.ª ed., trad.del ruso por J. V. Rodríguez y J. J. Toloza. Editorial Mir Moscú, URSS, 1973.
- [59] R. Rojas González, *El lenguaje de las matemáticas, Historias de sus símbolos*. México: Fondo de Cultura Económica, 2018, ISBN: 978-607-16-5971-2.
- [60] H. A. Escobar Jiménez, S. J. Caicedo Zambrano y O. F. Soto Ágreda, *Lecciones de Cálculo Diferencial*. Universidad de Nariño, 2021.
- [61] N. M. Beskin, *Representación de figuras espaciales*, ép. Lecciones populares de Matemáticas. Editorial Mir, 1977.
- [62] M. Sullivan, *Álgebra y Trigonometría*, 7.ª ed. Pearson, 2006.
- [63] P. A. Gutiérrez Figueroa, *Matemáticas 4*. La Hoguera, 2007, ISBN: 99905-76-64-5.
- [64] Thunder426, *Demostración de las definiciones del seno y coseno hiperbólicos en términos del número e*, Divulgación, 14 de oct. de 2021. dirección: <https://www.youtube.com/watch?v=ScwPVmlwyFM>.
- [65] V. G. Shervátov, *Funciones Hiperbólicas*, ép. Lecciones populares de Matemáticas. Editorial Mir, 1975.
- [66] SVG Working Group y J. Ferraiolo, “Scalable Vector Graphics (SVG) 1.0 Specification”, inglés, World Wide Web Consortium (Massachusetts Institute of Technology, Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, Keio University), W3C Recommendation, 4 de sep. de 2001. dirección: <https://www.w3.org/TR/2001/REC-SVG-20010904/REC-SVG-20010904.pdf> (visitado 26-06-2022).
- [67] A. Bellamy-Royds, B. Brinza, C. Lilley, D. Schulze, D. Storey y E. a. Willigers, “Scalable Vector Graphics (SVG) 2”, inglés, World Wide Web Consortium (MIT, ERCIM, Keio, Beihang), W3C Candidate Recommendation, 4 de oct. de 2018. dirección: <https://www.w3.org/TR/2018/CR-SVG2-20181004/>.
- [68] L. Fernández Jambrina, *Tema 2: Curvas de Bézier*, 2020.

- [69] Wikipedia, *Curva de Bézier*, 2020. dirección: https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Curva_de_B%C3%A9zier&oldid=131825617 (visitado 24-12-2020).
- [70] D. Muller y YouTube – Veritasium, *El Extraño Principio de Física Que Da Forma a la Realidad*, 13 de nov. de 2024. dirección: <https://www.youtube.com/watch?v=WQNiupNh0js> (visitado 21-12-2024).
- [71] —, *The Simple Math Problem That Revolutionized Physics*, inglés, 29 de oct. de 2024. dirección: https://www.youtube.com/watch?v=Q10_srZ-pbs (visitado 21-12-2024).
- [72] J. Bragado Rodríguez, *La Cicloide, Braquistócrona Tautócrona*.
- [73] C. S. Chinae, *La Cicloide, Una curva de mucho empaque*, DIVULGACIÓN DE LA MATEMÁTICA EN LA RED, ene. de 2002.
- [74] Fundación Pryconsa, *La curva cicloide, GUÍA PARA PROFESORES*, Proyecto: A través del tiempo, Consejería de Educación y Juventud.
- [75] D. Hernández Abreu, “La cicloide, un recorrido histórico por sus propiedades”, *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, n.º 12, págs. 115-134, dic. de 2007, ISSN: 1815-0640.
- [76] A. Becker, *Animation vs. Math*, Divulgación (YouTube: Alan Becker), 24 de jun. de 2023.
- [77] G. Baranenkova, B. P. Demidovich, V. Efimenko, S. Kogan, G. Lunis, E. Porshneva, E. Sichova, S. Frolov, R. Shostak y A. Yanpolski, *Problemas y Ejercicios de Análisis Matemático*. Editorial Mir, 1967.
- [78] D. Guerra Valdivia, *Una mirada a la geometría algebraica*, Divulgación (YouTube: Instituto de Matemáticas de la UNAM), Facultad de Ciencias, UNAM, 2019. dirección: <https://www.youtube.com/watch?v=eIxtCEJTeGM> (visitado 06-11-2019).
- [79] M. De Nova Vázquez, *Un poco de geometría algebraica*, Plática (YouTube), Facultad de Ciencias de la UNAM, en el Aula Sotero Prieto 2, 30 de jul. de 2019. dirección: <https://www.youtube.com/watch?v=TK1UY2AWy9s> (visitado 03-08-2019).
- [80] Mates Mike and YouTube, *El Problema del Milenio sobre CURVAS ELÍPTICAS*, 2022. dirección: https://m.youtube.com/watch?v=9mR_h9ufs4E.
- [81] R. Flores Espinoza, M. A. Valencia Arvizu, G. Dávila Rascón y M. G. García Alvarado, *Fundamentos del Cálculo*. GARABATOS, 2008.
- [82] J. Gosling, B. Joy, G. Steele, G. Bracha, A. Buckley, D. Smith y G. Bierman, *The Java™ Language Specification, Java SE 15 Edition*, inglés, Oracle America, Inc., 10 de ago. de 2020. dirección: <https://docs.oracle.com/javase/specs/jls/se15/jls15.pdf> (visitado 05-10-2020).
- [83] D. E. Knuth, *Computers & Typesetting, The T_EXbook*, inglés. Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1984, vol. A, ISBN: 0-201-13447-0.
- [84] W. A. Granville, *Cálculo diferencial e integral*. Editorial Limusa, S.A., 2009, ISBN: 978-968-18-1178-5.
- [85] E. W. Swokowski y J. A. Cole, *Trigonometría*, trad.del inglés por J. H. Romo Muñoz. Thomson, 1997, ISBN: 968-7529-08-3.
- [86] V. Ilín y E. Pozniak, *Fundamentos del análisis matemático*. Editorial Mir, 1991, vol. 1.
- [87] W. Mora Flores, M. Alfaro A., M. Villalobos A., R. Wynta, M. Calderón S. y L. F. Mora Picado, *Cálculo para computación*. Escuela de Matemática, Instituto Tecnológico de Costa Rica, 2018.
- [88] J. Goñi Galarza, *Cálculo diferencial, Curso práctico de teoría y problemas*, Editorial Ingeniería E.I.R.L. Lima, Perú.
- [89] E. Espinoza Ramoz, *Análisis matemático I, para estudiantes de ciencias e ingeniería*, 4.ª ed., Lima, Perú, 17 de mar. de 2008.
- [90] B. P. Demidovich, *5.000 Problemas de Análisis Matemático*, 9.ª ed., trad.del ruso por E. Aparicio Bernardo. Thomson, 2003, ISBN: 84-9732-141-3.
- [91] T. Oetiker, H. Partl, I. Hyna y E. Schlegl, *Introducción no tan corta a L^AT_EX*. 2014, Versión: 5.03 Agosto 2014.

- [92] R. L. Graham, D. E. Knuth y O. Patashnik, *Concrete Mathematics, A foundation for computer science*, inglés, 2.^a ed. Addison-Wesley Publishing Co., 1994, ISBN: 0-201-55802-5.
- [93] W. Navidi, *Estadística para ingenieros y científicos*. McGRAW-HILL, 2006, ISBN: 970-10-5629-9.
- [94] J. Gosling, B. Joy, G. Steele, G. Bracha, A. Buckley, D. Smith y G. Bierman, *The Java™ Language Specification, Java SE 17 Edition*, inglés, Oracle America, Inc., 9 de ago. de 2021.
- [95] W. Mora Flores, *Introducción a la teoría de números, Ejemplos y algoritmos*. Escuela de Matemática, Instituto Tecnológico de Costa Rica, 2014, ISBN: 978-9968-641-11-1.
- [96] P. J. Deitel y H. M. Deitel, *Cómo programar en Java*, 10.^a ed. México: Pearson Educación, 2016, ISBN: 978-607-32-3802-1.
- [97] D. Muller y YouTube – Veritasium en español, *El problema sin resolver Más Antiguo En Matemáticas*, 6 de abr. de 2024. dirección: https://www.youtube.com/watch?v=W_d6M0FacwQ (visitado 13-04-2024).
- [98] F. J. Martínez Calvo, *Guías de la Comisión Braille Española, Signografía matemática*. Madrid, España: Comisión Braille Española, 2007, ISBN: 978-84-484-0195-5.
- [99] C. Ivorra Castillo, *Álgebra*.
- [100] M. Tahan, *El hombre que calculaba*. Pampia Grupo Editor, 2016, ISBN: 9876480944. dirección: <https://books.google.com.bo/books?id=9w2nDwAAQBAJ> (visitado 22-04-2024).
- [101] D. Muller y YouTube – Veritasium, *The Oldest Unsolved Problem in Math*, 7 de mar. de 2024. dirección: <https://www.youtube.com/watch?v=Zrv1EDIqHkY> (visitado 14-04-2024).
- [102] A. Escoredo, J. M. Escoredo y C. Pérez, *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales (SOLUCIONARIO)*. Santillana Educación, S. L., 2008, ISBN: 978-84-294-4360-8.
- [103] J. Braams, D. Carlisle, A. Jeffrey, L. Lamport, F. Mittelbach, C. Rowley y R. Schöpf, *The L^AT_EX₂ε Sources*, inglés, L^AT_EX Project team, 15 de abr. de 2017.
- [104] L^AT_EX₃ Project Team, *The L^AT_EX₃ Sources*, inglés, 14 de jun. de 2018.
- [105] M. R. Spiegel, *Estadística*, 2.^a ed., trad.del inglés por R. Hernandez Heredero. McGRAW-HILL, 1991, ISBN: 0-07-060234-4.
- [106] M. R. Spiegel y L. J. Stephens, *Estadística*, 3.^a ed., trad.del inglés por L. E. Pineda Ayala. McGRAW-HILL, 2002, ISBN: 970-10-3271-3.
- [107] S. C. Chapra y R. P. Canale, *Métodos numéricos para ingenieros*, 5.^a ed. México, D. F.: McGRAW-HILL INTERAMERICANA, 2007, ISBN: 978-970-10-6114-5.
- [108] E. J. Finn y M. Alonso, *Física, Mecánica*, trad.del inglés por C. Hernández y V. Latorre. Lima, Peru: Fondo Educativo Interamericano, S. A., 1970, vol. I.
- [109] A. Laaksonen, *Guide to Competitive Programming, Learning and Improving Algorithms Through Contests*, inglés, 2.^a ed., ép. Undergraduate Topics in Computer Science. Springer Cham, ISBN: 978-3-030-39356-4. DOI: [10.1007/978-3-030-39357-1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-39357-1).
- [110] F. Ayres, *Álgebra Moderna*. McGRAW-HILL, 1991, ISBN: 968-422-917-8.
- [111] M. R. Spiegel, *Cálculo superior*, trad.del inglés por J. M. Castaño. McGRAW-HILL, 1991, ISBN: 0-07-091871-6.
- [112] J. Stewart, *Introducción al Cálculo*, Thomson.
- [113] E. Espinoza Ramoz, *Matemática básica*, 2.^a ed., Lima, Perú, 5 de mayo de 2005.
- [114] S. Fuenlabrada de la Vega Trucíos, *Aritmética y Álgebra*. McGRAW-HILL, 2004, ISBN: 970-10-4708-7.
- [115] Mates Mike and YouTube, *¿Las Matemáticas Podrían Estar MAL?*, 2022. dirección: <https://m.youtube.com/watch?v=6oXs7Yi4tGY>.
- [116] K. Erciyes, *Discrete Mathematics and Graph Theory, A Concise Study Companion and Guide*, inglés, 1.^a ed., ép. Undergraduate Topics in Computer Science. Springer Cham, ISBN: 978-3-030-61114-9. DOI: [10.1007/978-3-030-61115-6](https://doi.org/10.1007/978-3-030-61115-6).

- [117] Mates Mike and YouTube, *Teoría de Grafos, ¿Puedes Dibujar la Casa Sin Levantar el Lápiz? ¿Qué dicen las Matemáticas?*, 28 de mayo de 2023. dirección: https://youtube.com/watch?v=J_nEkcrOG4g.
- [118] A. Hatcher, *Algebraic Topology*, inglés, 2001. dirección: <http://pi.math.cornell.edu/~hatcher/AT/AT.pdf> (visitado 23-04-2024).
- [119] Wikipedia, *Teoría de Grupos*, 2024. dirección: https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Teor%C3%ADa_de_grupos&oldid=157533268 (visitado 23-04-2024).
- [120] H. de Swart, *Philosophical and Mathematical Logic*, inglés. Springer Nature Switzerland AG, 2018, ISBN: 978-3-030-03253-1. DOI: [10.1007/978-3-030-03255-5](https://doi.org/10.1007/978-3-030-03255-5).
- [121] S. Lazo Q., UMSA, EMI y UCB, *ALGEBRA MODERNA*, imprenta SOIPA LTDA., La Paz - Bolivia.
- [122] G. Dorofiev, M. Potapov y N. Rozov, *Temas Selectos De Matemáticas Elementales*. Editorial Mir, 1973.
- [123] O. Merino, *A Short History of Complex Numbers*, University of Rhode Island, 2006. dirección: https://math.mit.edu/~dunkel/Teach/18.04_2019S/historic/Merino_2006.pdf (visitado 05-01-2024).
- [124] J. B. Conway, *Functions of One Complex Variable*, inglés, 2.^a ed., ép. Graduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag New York, 1973, ISBN: 0-387-90328-3.
- [125] F. J. Pérez González, *Curso de análisis complejo*, Departamento de Análisis Matemático, Universidad de Granada, 2004. dirección: https://www.ugr.es/~fjperez/textos/funciones_variable_compleja.pdf (visitado 31-12-2023).
- [126] C. Ivorra Castillo, *Geometría Algebraica*. dirección: <https://www.uv.es/ivorra/Libros/GA.pdf> (visitado 12-08-2024).
- [127] YouTube – Veritasium en español, *Cómo se Inventaron los Números Imaginarios*, 2022.
- [128] R. Bombelli, *L'Algebra*, 1579. dirección: <https://ve42.co/Bombelli>.
- [129] J. B. Conway, *Functions of One Complex Variable II*, inglés, ép. Graduate Texts in Mathematics. Springer New York, NY, 1995, ISBN: 978-1-4612-6911-3. DOI: [10.1007/978-1-4612-0817-4](https://doi.org/10.1007/978-1-4612-0817-4).
- [130] Wikipedia, *Análisis complejo*, 2023. dirección: https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=An%C3%A1lisis_complejo&oldid=156064955 (visitado 29-12-2023).
- [131] D. Peña Sánchez de Rivera, *Fundamentos de Estadística*. Alianza Editorial, 2014, ISBN: 978-84-206-8877-0.
- [132] H. Mercado Castellon, *Introducción a la Resistencia de Materiales*, Universidad Técnica de Oruro, Facultad Nacional de Ingeniería, 2010.
- [133] D. Muller y YouTube – Veritasium en español, *La Pregunta Matemática que Nadie Pudo Resolver I Explicado por la Ciencia*, 2024. dirección: https://www.youtube.com/watch?v=E_Lyy9_fjJM (visitado 26-06-2024).
- [134] A. V. Pogorélov, *Geometría elemental*. Editorial Mir, 1974.
- [135] Centro Español de Metrología, *SI, El Sistema Internacional de Unidades*, 2.^a ed., Madrid, España, 2008.
- [136] K. Butcher, L. Crown y E. Gentry, *The International System of Units (SI) - Conversion Factors for General Use*, inglés, ép. NIST Special Publication 1038. National Institute of Standards y Technology (NIST), 2006. DOI: [10.6028/NIST.SP.1038](https://doi.org/10.6028/NIST.SP.1038). dirección: <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/Legacy/SP/nistspecialpublication1038.pdf> (visitado 26-01-2024).
- [137] J. J. Cortés Rosas, M. E. González Cárdenas, V. D. Pinilla Morán, A. Salazar Moreno y V. H. Tovar Pérez, *Aproximación numérica y errores*, Plataforma educativa para Análisis Numérico (UNAM-DGAPA-PAPIME PE105717): División de Ciencias Básicas de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, 2019. dirección: https://www.ingenieria.unam.mx/pinilla/PE105117/pdfs/tema1/1_aproximacion_numerica_y_errores.pdf (visitado 11-06-2024).
- [138] A. Nieves Hurtado y F. C. Domínguez Sánchez, *Métodos numéricos aplicados a la ingeniería*, 4.^a ed. GRUPO EDITORIAL PATRIA, S.A. DE C.V., 2014.
- [139] V. Chungara Castro, *Ecuaciones diferenciales*. Editorial “Leonardo”, 2010.
- [140] H. Cohen, *Numerical Approximation Methods*, $\pi \approx \frac{355}{113}$, inglés. Springer International Publishing, 2011, ISBN: 978-1-4419-9836-1. DOI: [10.1007/978-1-4419-9837-8](https://doi.org/10.1007/978-1-4419-9837-8).

- [141] M. R. Spiegel, *Probabilidad y estadística*, trad.del inglés por J. Osuna Suarez. McGRAW-HILL, 1976.
- [142] W. Mora Flores, *Introducción a los métodos numéricos, Implementaciones en Basic (LibreOffice, Excel) y wxMaxima*. Cartago, Costa Rica: Escuela de Matemática, Instituto Tecnológico de Costa Rica, 2010, ISBN: 978-9968-641-13-5.
- [143] D. Muller, *El Descubrimiento que Revolucionó el Cálculo de Pi*, Divulgación (YouTube: Veritasium en español), 2021.
- [144] V. N. Gan'shin, *Geometry of the earth ellipsoid*, inglés, trad.del ruso por J. M. Willis. Aeronautical Chart e Information Center, 1969.
- [145] C. F. F. Karney, *Algorithms for geodesics*, Springer International Publishing, 26 de jun. de 2012. DOI: [10.1007/s00190-012-0578-z](https://doi.org/10.1007/s00190-012-0578-z).
- [146] G. Cardano, *Ars magna or The Rules of Algebra*. Dover, 1545, ISBN: 0-486-67811-3.
- [147] I. Newton, *Philosophiæ naturalis principia mathematica*. Londini: S. PEPYS, Reg. Soc. PRÆSES., 1687.
- [148] M. Bourdon, *Elementos de Álgebra*. Librería de D. Angel Calleja, 1849.
- [149] —, *Elementos de Aritmética*. Librería de los señores viuda é hijos de Calleja, 1843.
- [150] V. Ilín y E. Pozniak, *Fundamentos del análisis matemático*. Editorial Mir, 1991, vol. 3.
- [151] Y. B. Zeldovich, *Higher Mathematics for Beginners, and Its Application to Physics*. Editorial Mir, 1973.
- [152] Y. S. Bugrov y S. M. Nikolsky, *A Collection Of Problems*, ép. Higher Mathematics. Editorial Mir, 1984.
- [153] G. Dorofeev, M. Potapov y N. Rozov, *Elementary Mathematics, Selected Topics & Problem Solving*. Editorial Mir, 1982.
- [154] A. V. Efimov y B. P. Demidovich, *Higher Mathematics, for Engineering Students, Part 1. Linear Algebra and Fundamentals of Mathematical Analysis*. Editorial Mir, 1984.
- [155] F. R. Gantmacher, *The Theory Of Matrices*. Editorial Mir, 1959, vol. 2.
- [156] I. Gelfand y S. Fomin, *Calculus of Variations*. Editorial Mir, 1963.
- [157] B. V. Gnedenko, *Theory of Probability*. Editorial Mir, 1978.
- [158] V. A. Ilyin y E. G. Poznyak, *Fundamentals of Mathematical Analysis*. Editorial Mir, 1982.
- [159] Y. M. Korshunov, *Fundamentos Matemáticos de la Cibernética*. Editorial Mir, 1970.
- [160] A. S. Mishchenko y A. Fomenko, *A Course of Differential Geometry and Topology*, inglés. Editorial Mir, 1988. dirección: <https://archive.org/details/MishchenkoFomenkoACourseOfDifferentialGeometryAndTopology>
- [161] N. Piskunov, *Calculo Diferencial e Integral*, 3.ª ed. Editorial Mir, 1977, vol. II.
- [162] A. Samarski y E. Nikolaev, *Métodos De Solución De Las Ecuaciones Reticulares*. Editorial Mir, 1982, vol. I.
- [163] —, *Métodos De Solución De Las Ecuaciones Reticulares*. Editorial Mir, 1983, vol. II.
- [164] I. Shariguin, *Problemas de geometría Planimetría*, ép. Ciencia Popular. Editorial Mir, 1989.
- [165] G. P. Tolstov, *Fourier Series*. Editorial Mir, 1962.
- [166] L. Volkovyski, G. Lunts e I. Aramanovich, *Problemas Sobre La Teoría De Funciones De Variable Compleja*, 2.ª ed. Editorial Mir, 1977.
- [167] E. S. Wentzel, *Probability Theory (First Steps)*. Editorial Mir, 1982.
- [168] G. N. Yakovlev, *High-School Mathematics*. Editorial Mir, 1988, vol. I.
- [169] —, *High-School Mathematics*. Editorial Mir, 1988, vol. II.
- [170] G. N. Berman, *Problemas y Ejercicios de Análisis Matemático*, trad.del ruso por N. N. Serdiukova. Editorial Mir, 1977.
- [171] B. I. Argunov y L. A. Skorniakov, *Teoremas de la configuración*, ép. Lecciones populares de Matemáticas. Editorial Mir, 1980.
- [172] A. S. Bársov, *Qué es la programación lineal*, ép. Lecciones populares de Matemáticas. Editorial Mir, 1988.

Índice

Símbolos

$+$ (suma), 84
 $-$ (resta), 84
 $/$ (división), 84
 $::$ (proporcionalidad), 92
 $<$ (es menor que), 97
 $=$ (is equal), 97
 $>$ (es mayor que), 97
 Δx (incremento del argumento), 77
 Δy (incremento de la función), 77
 Φ (latitud geocéntrica), 165
 \cap (intersección), 92
 $:$ (tal que), 91
 \cup (union), 92
 \div (división), 84
 \emptyset (conjunto vacío), 92
 \exists (existencial), 99
 \forall (para todo), 99
 \geq (es mayor o igual que), 98
 \in (element of), 91
 ∞ (infinito), 76
 κ (curvatura), 17
 \leq (es menor o igual que), 98
 \leftrightarrow (bicondicional), 98
 \mathbb{B} (binario), 97
 \mathbb{C} (complejo), 101
 \mathbb{I} (irracional), 83
 \mathbb{N} (naturales), 83
 \mathbb{P} (primos), 85
 \mathbb{Q} (racionales), 83
 \mathbb{R} (reales), 84
 \mathbb{Z} (enteros), 83
 $|$ (tal que), 91
 ∇ (vector Nabla), 18
 \neq (is not equal), 97
 \neg (negación), 98
 mód (módulo), 85
 \notin (not an element of), 92
 \perp (ángulo recto), 124
 π (constante matemática), 150
 π (valor de precisión variable), 153
 ρ (radio de curvatura), 17

\rightarrow (condicional), 98
 σ (radio de torsión), 17
 \sim (relación de equivalencia), 92
 $\sqrt{3}$ (valor de precisión variable), 152
 \subset (is subset of), 92
 τ (torsión), 17
 θ (latitud reducida), 165
 \times (multiplicación), 84
 \triangle (Triángulo), 128
 φ (latitud geodésica), 166
 \vee (disyunción inclusiva), 98
 \veebar (disyunción exclusiva), 98
 \wedge (conjunción), 98
 $^\circ$ (grado), 123
 $^{\circ}$ (grado centesimal), 123
 $''$ (segundo), 123
 $'$ (minuto), 123
 i (Número Imaginario), 101
 r (hipotenusa), 125
 x (abscisa), 38
 x (cateto adyacente), 126
 y (cateto opuesto), 125
 y (ordenada), 38
álgebra, 73
ángulo agudo, 124
ángulo bisector, 129
ángulo obtuso, 124
ángulo plano, 123
ángulo recto (\perp), 124
área, 112

A

abscisa (x), 38
 adición de complejos, 102
 adición matricial, 9
 adición vectorial, 5
 alfabeto griego, 190
 alphabet numeral, 87
 altitude, 129
 aproximación, 135
 arabic numeral, 86
 arccos, 55

arcsin, 54
arctan, 56
axioma, 189
azimut, 160
azimuth, 161

B

base, 4
bicondicional (\leftrightarrow), 98
binario (\mathbb{B}), 97
bisectriz, 123

C

círculo, 40
círculo unitario, 41
cálculo funcional, 76
cónicas, 40
camino en un grafo, 93
caminos Eulerianos, 93
caminos Hamiltonianos, 93
caracoles y cardioides, 26
cartesiano 2D (sistema de coordenada), 24
cartesiano 3D (sistema de coordenada), 23
cateto adyacente (x), 126
cateto opuesto (y), 125
centroid, 129
cevia Line, 129
cicloide, 69
cilíndrica (sistema de coordenada), 28
circumcenter, 129
circumcircle, 129
codominio, 77
compare to, 91
complejo (\mathbb{C}), 101
condicional (\rightarrow), 98
conjetura, 189
conjunción (\wedge), 98
conjunto, 91
conjunto algebraico, 74
conjunto semi-algebraico, 74
conjunto vacío (\emptyset), 92
conmutativo, 95
cono, 45
constante, 75
constante booleano, 97
constante matemática (π), 150
continued fraction, 88
coordenada, 4
coordenada absoluta, 4
coordenada relativa, 4
coordenadas curvilíneas, 22
corolario, 189
cos, 50

cosecante, 126
coseno, 126
coseno hiperbólico, 127
cosh, 56
cot, 53
cotangente, 126
cross product, 7
csc, 53
curva Bézier, 58
curva Bézier cuadrática, 59
curva Bézier ecuación, 59
curva coordenada, 21
curva de \mathbb{R}^2 , 15
curva de \mathbb{R}^3 , 15
curva de arco, 60
curva elíptica, 165
curva hiperbólica, 70
curva paramétrica, 15
curvatura (κ), 17

D

dígito decimal, 83
dígito hexadecimal, 83
dígito octal, 83
dígitos o cifras significativos, 89
decimal exacto, 89
decimal inexacto, 89
decimal periódico, 89
decimal separator, 88
definición, 188
derivación, 79
derivada, 79
derivada parcial, 81
diferencia, 92
differential geometry, 109
dimensión, 4
distribución de frecuencias, 105
disyunción exclusiva (\vee), 98
disyunción inclusiva (\vee), 98
divergencia, 19
división ($/$), 84
división (\div), 84
dominio, 77
dot product, 6

E

ecuación, 73
ecuación matricial, 22
element of (\in), 91
elipse, 41
elipsoide, 45
elipsoide de revolución, 45
elliptic geometry, 109

enteros (\mathbb{Z}), 83
 error, 135
 es mayor o igual que (\geq), 98
 es mayor que ($>$), 97
 es menor o igual que (\leq), 98
 es menor que ($<$), 97
 escalar, 3
 escolio, 189
 esférica (sistema de coordenada), 30
 esférica geodésica (sistema de coordenada), 31
 esfera, 45
 espacio, 3
 espacio \mathbb{R}^2 , 3
 espacio \mathbb{R}^3 , 3
 espacio Euclidiano, 3
 espacio fila, 11
 espacio finito e infinito, 3
 espacio real, 3
 estadística, 105
 estadística descriptiva o deductiva, 105
 estadística inferencial o inductiva, 105
 Euclid's axioms, 110
 Euclidean geometry, 110
 evolvente, 70
 exactitud, 135
 existencial (\exists), 99

F

factor (factorización), 73
 factorización (factor), 73
 forma lineal, 11
 fracción, 88
 fracción impropia, 88
 fracción normalizada, 88
 fracción propia, 88
 fractales, 133
 función, 76
 función algebraica, 37
 función escalar de variable escalar, 36
 función escalar de variable vectorial, 36
 función explícita, 36
 función implícita, 37
 función irracional, 37
 función operation type, 36
 función paramétrica, 21
 función racional entera (polinomio), 37
 función racional fraccionaria, 37
 función Sigma, 85
 función transcendente, 37
 función vectorial de variable escalar, 36
 función vectorial de variable vectorial, 36
 función y su argumento, 76
 funciones hiperbólicas, 127

funciones trigonométricas, 125

G

geodésica (sistema de coordenada), 174
 geodesia, 174
 geometría, 109
 geometría algebraica, 74
 geometría sólida, 110
 global, local (sistema de coordenada), 33
 gradiente, 18
 grado ($^\circ$), 123
 grado centesimal (s), 123
 grado de un vertice, 93
 grafo, 93
 grafo bipartito, 93
 grafo completo, 93
 grafo tripartito, 93
 grouping digits, 87
 grupo, 95
 grupo Abeliano, 95
 grupo cíclico, 95

H

hipérbola, 42
 hipotenusa (r), 125
 hypermatrix, 13

I

identidades trigonométricas, 126
 incenter, 129
 incircle, 129
 incremento de la función (Δy), 77
 incremento del argumento (Δx), 77
 indeterminaciones, 76
 inecuación, 73
 infinitésima, 75
 infinito (∞), 76
 intersección (\cap), 92
 intervalo, 35
 irracionales (\mathbb{I}), 83
 is equal ($=$), 97
 is not equal (\neq), 97
 is subset of (\subset), 92
 iteración, 135

L

límite de una función, 78
 límite de una variable, 77
 límites de intervalo, 35
 latitud geocéntrica (Φ), 165
 latitud geodésica (φ), 166
 latitud reducida (θ), 165
 lema, 189
 Linealmente Dependiente e Independiente, 4

M

mínimo común múltiplo, 84
 máximo común divisor, 85
 método numérico, 135
 módulo, 5
 módulo (mód), 85
 mapeo diferencial, 22
 mapping, 77
 Math hackers note, 189
 matricial (sistema de coordenada), 33
 matriz, 9
 matriz antisimétrica, 11
 matriz column, 12
 matriz cuadrada, 12
 matriz determinante, 11
 matriz diagonal, 12
 matriz fila, 12
 matriz identidad, 12
 matriz inversa, 10
 matriz ortogonal, 11
 matriz simétrica, 11
 matriz triangular inferior, 12
 matriz triangular superior, 12
 MDT496 ESTUDIOS
 036MPAAAZ041, 131
 036MPAABS006, 61
 036MPABAG002, 131
 036MPACAC001, 126
 036MPBBAA023, 178
 036MPBBAA040, 175–177
 median, 129
 midpoint, 129
 minuto ('), 123
 modelo matemático, 189
 muestra, 105
 multiplicación (\times), 84
 multiplicación de complejos, 102
 múltiplo común, 84

N

número, 83
 número binario, 97
 número complejo, 101
 número decimal, 88
 Número Imaginario (i), 101
 número par, 85
 número perfecto, 85
 número primo, 85
 números de Mersenne, 85
 naturales (\mathbb{N}), 83
 negación (\neg), 98
 not an element of (\notin), 92
 notación algebraica, 73

notación científica, 89
 notación de intervalo, 35

O

obra literaria, 189
 observación, 105
 operador diferencial, 79
 operador lineal, 11
 ordenada (y), 38
 ordinales masculino y femenino, 87
 orthocenter, 129

P

par ordenado, 77
 parábola, 43
 parámetro natural, 17
 para todo (\forall), 99
 paraboloidal (sistema de coordenada), 32
 pendiente, 126
 perpendicular Bisector, 129
 perspectiva (sistema de coordenada), 32
 plano, 44
 plano complejo, 102
 polar (sistema de coordenada), 25
 polar elíptica (sistema de coordenada), 26
 polinomio (función racional entera), 37
 polygon data, 132
 postulado, 189
 precisión, 135
 primos (\mathbb{P}), 85
 problema, 189
 producto matricial, 10
 producto por un escalar, 6, 9
 proporcionalidad ($::$), 92
 proposición, 97
 punto, 38

R

racionales (\mathbb{Q}), 83
 rad (radián), 123
 radián (rad), 123
 radio de curvatura (ρ), 17
 radio de torsión (σ), 17
 rango de intervalo, 35
 rango de la matriz, 11
 rational approximations, 88
 reales (\mathbb{R}), 84
 recíproco, 126
 recta, 38
 recta tangente, 79
 región, 77
 relación de equivalencia (\sim), 92
 residuo, 84

resta ($-$), 84
revolución, 120
Riemannian geometry, 109
roman numeral, 86
rotación, 120
rotación (sistema de coordenada), 33
rotor, 19
Rufini, 73

S

sólido, 113
sólido paramétrico, 113
scalar projection, 7
sec, 53
secante, 126
segundo ($''$), 123
seno, 125
seno hiperbólico, 127
sin, 49
singularidad, 11
sinh, 56
sinusoide, 69
sistema de coordenada, 21
sistema lineal, 22
Sistemas de coordenada
 cartesiano 2D, 24
 cartesiano 3D, 23
 cilíndrica, 28
 esférica, 30
 esférica geodésica, 31
 geodésica, 174
 global, local, 33
 matricial, 33
 paraboloidal, 32
 perspectiva, 32
 polar, 25
 polar elíptica, 26
 rotación, 33
 SVG, 24
 traslación, 33
sobreyectiva, 22
subespacio, 3
suma ($+$), 84
superficie, 112
superficie curva, 112
superficie de \mathbb{R}^2 , 112
superficie de \mathbb{R}^3 , 112
superficie de revolución, 116
superficie paramétrica, 112
SVG (sistema de coordenada), 24

T

tablas de verdad, 99

tal que ($:$), 91
tal que ($|$), 91
tan, 51
tangente, 126
tanh, 56
teoría, 189
teoría de conjuntos, 91
teoría de Grafos, 93
teoría de grupos, 95
teoría de números, 83
teorema, 189
teorema de Pitágoras, 127
Teoria de nudos, 190
topología, 190
torsión (τ), 17
transpuesta, 11
traslación (sistema de coordenada), 33
Triángulo (\triangle), 128
triángulo acutángulo, 130
triángulo equilátero, 129
triángulo equilátero unitario, 127
triángulo escaleno, 130
triángulo isósceles, 130
triángulo obtusángulo, 130
triángulo rectángulo, 130
triángulo rectángulo natural, 130
tricotomía, 91
trig (trigonometría), 125
trigonometría (trig), 125

U

union (\cup), 92
Universo o población, 105

V

valor absoluto, 39
valor de precisión variable (π), 153
valor de precisión variable ($\sqrt{3}$), 152
variable, 75
variable compleja, 101
vector, 3
vector Nabla (∇), 18
vector posición, 15
vector projection, 7
vector tangente, 15
vector tangente unitario, 16
vector unitario, 5
volumen, 113
volumen de revolución, 116



Change History

MDT496 ESTUDIOS —Proyecto 036MPBBAA

This version history only contains automatically generated entries.

0.1.9

2021-07-15: Área de un polígono, fundacional (con base 046MPBRTMTBB117)	133
Área por aproximación (Trapezio y Simpson), fundacional (con base 046MPBRTMTBB117)	115
Áreas de revolución, fundacional (con base 046MPBRTMTBB115)	116
El Cálculo de π (aproximación racional) fundacional	150
Intervalo, fundacional (con base 046MPBRTMTBB117)	35
La Regla Rufini, fundacional (con base 046MPBRTMTBB117)	73
Tabla de derivadas, fundacional (con base 046MPBRTMTBB115)	80
Volumen de revolución, fundacional (con base 046MPBRTMTBB115)	116

0.2.0

2021-09-18: Agregado sección <i>La Elipse</i> , basado en la investigación: <i>Ecuaciones para Dibujo Vectorial</i> . .	41
2025-04-11: Agregado definición <i>círculo unitario</i>	41

0.2.1

2021-11-11: Agregado Sección <i>Ecuaciones No Lineales</i> (Métodos Numéricos)	135
--	-----

0.2.2

2021-11-13: Bisección (Métodos numéricos), fundacional (con base 046MPBRTMTBB115)	139
Ecuaciones No Lineales (Métodos numéricos), fundacional (con base 046MPBRTMTBB115)	135
Falsa posición (Métodos numéricos), fundacional (con base 046MPBRTMTBB115)	139
Newton 2º orden (Métodos numéricos), fundacional (con base 046MPBRTMTBB115)	140
Newton Raphson, fundacional (con base 046MPBRTMTBB115)	136
Punto fijo (Métodos numéricos), fundacional (con base 046MPBRTMTBB115)	135
Secante (Métodos numéricos), fundacional (con base 046MPBRTMTBB115)	138
Steffensen (Métodos numéricos), fundacional (con base 046MPBRTMTBB115)	139

0.4.0

2024-01-01: Agregado Capítulo <i>Estadística</i> conforme el informe 036MP/BB/MAT1135	105
Agregado Capítulo <i>Variable compleja</i>	101
Agregado <i>Roman numeral</i> , conforme Unicode U2150 (Number Forms)	86
2024-07-29: Agregado problema <i>Two Circle Problem</i>	120
2024-08-18: Agregado especificación terminología <i>Variable y Constante</i>	75
2024-10-03: Agregado especificación <i>Notación científica</i>	89

0.4.2

2024-12-21: Agregado especificación terminología <i>Cicloide</i>	69
--	----

0.4.3

2024-12-28: Modificado especificación Coordenada <i>elíptica</i>	26
--	----

0.4.4

2024-12-30: Agregado especificación <i>posición relativa</i> (coordenada relativa)	4
Modificado <i>Teoría de Grafos</i> (tikz graph)	93
Modificado especificación <i>Curva Bézier cúbica</i> (Función paramétrica)	59



Modificado especificación <i>Curva Bézier cuadrática</i> (Función paramétrica) fundacional	59
Modificado especificación <i>Curva Bézier</i> (Función paramétrica) fundacional	58
Modificado especificación <i>posición estándar</i> (coordenada absoluta)	4
0.4.5	
2025-01-01: Modificado problema <i>Two Circle Problem</i>	120
2025-01-08: Agregado especificación <i>Funciones algebraicas</i>	37
Modificado especificación <i>Volumen de revolución</i> con base el proyecto 036MPABAS y BRTCIV1201	116
Modificado especificación definición <i>derivada</i> , interpretación geométrica	79
2025-01-14: Modificado <i>Álgebra Booleana</i>	97
Modificado regla de <i>Rufini</i> matrix solve	73
2025-01-15: Agregado Sistema de coordenada Global y Local	33
Modificado especificación <i>Curva elíptica</i> (Función paramétrica)	165
2025-01-20: Agregado ejemplo fundacional para <i>curvas coordenadas</i> (sistema de coordenada esférica)	22
2025-01-21: Modificado gráfico del ejemplo <i>curvas coordenadas</i> (sistema de coordenada esférica)	22
2025-01-22: Modificado Capítulo <i>Cálculo Vectorial</i>	15
2025-01-23: Agregado especificación <i>Hiperbólicas</i> (Funciones) conforme Maple 18 y MathCAD	56
Corregido solapamiento de formula, <i>ejemplo</i> relación de latitude	167
Modificado <i>ejemplo</i> curva de arco SVG	63
2025-01-24: Agregado especificación terminología <i>Sinusoides</i>	69
0.4.6	
2025-01-25: Agregado <i>Terminología</i> fundacional del Álgebra Matricial	9
Modificado especificación terminología <i>Sinusoides</i>	69
2025-01-26: Agregado especificación definición <i>derivada parcial</i>	81
2025-01-27: Modificado especificación de la <i>Hipérbola</i>	42
Modificado especificación de la <i>parábola</i>	43
Modificado especificación del <i>Círculo</i>	40
2025-01-28: Agregado Capítulo <i>Álgebra</i>	73
Agregado especificación de <i>abscisa y ordenada</i>	38
Agregado especificación de <i>Factorización</i> (factor)	73
Corregido alineamiento de filas del ejemplo <i>regla Rufini</i>	73
Modificado especificación <i>Curva elíptica</i> (Función paramétrica)	165
Modificado especificación de <i>polinomio</i>	37
Modificado especificación regla de <i>Rufini</i> (polinomio)	73
2025-01-31: Agregado ejemplo fundacional para <i>superficie cilíndrica</i> (sistema de coordenada cilíndrica)	112
2025-02-01: Agregado Referencias normativas <i>MDT496 ESTUDIOS</i>	188
2025-02-02: Agregado especificación definición <i>recta tangente</i> , Por Derivada	79
Normalización término <i>Pendiente</i> . Por definición	126
2025-02-03: Modificado especificación del <i>recta</i>	38
2025-02-04: Modificado especificación <i>Hiperbólicas</i> (Funciones)	56
0.4.7	
2025-02-04: Agregado especificación terminología <i>Curva hiperbólica</i>	70
Agregado especificación terminología <i>Trigonometría hiperbólica</i>	127
Modificado <i>Terminología</i> fundacional del Álgebra Matricial	9
2025-02-05: Agregado <i>Mapeo diferencial</i> definición	22
Agregado <i>Mapeo diferencial</i> hypothesis testing (point polar tangent)	25
2025-02-09: Modificado especificación del <i>Sistema de Coordenada Esférica</i>	30
2025-02-10: Agregado ejemplo fundacional para <i>sólido cilíndrico</i> (sistema de coordenada cilíndrica)	113
2025-02-13: Modificado figura fundacional para <i>superficie cilíndrica</i>	112
2025-02-14: Agregado <i>Triángulo rectángulo natural</i> (puntos racionales de un círculo)	130
Modificado, Área bajo una curva	114
2025-02-16: Modificado especificación de la <i>parábola</i>	43
2025-02-26: Agregado <i>Triángulo equilátero unitario</i> (trigonometría)	127